

WSTĘPNA WERYFIKACJA FORMUŁ EMPIRYCZNYCH SŁUŻĄCYCH OKREŚLENIU WSPÓŁCZYNNIKA SZORSTKOŚCI

Bogusław Michalec, Monika Zwolenik

Katedra Inżynierii Wodnej i Geotechniki, Wydział Inżynierii Środowiska i Geodezji, Uniwersytet Rolniczy w Krakowie, al. Mickiewicza 24/28, 30-059 Kraków

ABSTRAKT

Cel pracy

Celem pracy było dokonanie wstępnej weryfikacji formuł empirycznych służących obliczeniu współczynnika szorstkości Maninnga.

Materiał i metody

Na badanym odcinku Raclawki wyznaczono pięć przekrojów poprzecznych oznaczonych od 0-0 do 4-4. Wykonano pomiary geodezyjne przekrojów poprzecznych, spadku dna i spadku zwierciadła wody, a także wykonano pomiary hydrometryczne prędkości przepływu wody. Pobrano również próbę rumowiska w celu opracowania krzywej uziarnienia. Obliczone natężenie przepływu wody na podstawie wyników pomiarów prędkości wody wykonanych w drugim przekroju (1-1) wynosiło $0,135 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$. Z równania ciągłości strugi obliczono prędkości średnie dla tych przekrojów. Na podstawie opracowanych wyników pomiarów geodezyjnych stwierdzono, że w profilu podłużnym występują spadki dna przeciwne do kierunku przepływu, a także przegłębienia dna i odsypisko rumowiska w końcowej części odcinka pomiarowego potoku, powodujące zwiększenie głębokości pomiędzy przekrojami drugim (1-1) i piątym (4-4).

Wyniki i wnioski

Obliczony dla przekrojów od 1-1 do 4-4 współczynnik szorstkości formułą wyprowadzoną z równania Bernoulliego wyniósł odpowiednio 0,087, 0,059, 0,049 i 0,044 $\text{m}^{-1/3} \cdot \text{s}$. Ze względu na najmniejsze oddziaływanie oporów przepływu na ostatni przekrój, tj. 4-4, przyjęto jako miarodajny współczynnik szorstkości obliczony dla tego przekroju, wynoszący 0,044 $\text{m}^{-1/3} \cdot \text{s}$. Podobny wynik obliczeń dla tego przekroju uzyskano jedynie z formuły opracowanej przez Lacey. Natomiast współczynnik szorstkości obliczony dla przekroju 0-0 za pomocą przekształconego równania Chézy-Maninnga i wzoru, w którym współczynnik oporów obliczono z równania Colebrooka-White'a, wynosi odpowiednio 0,041 i 0,045 $\text{m}^{-1/3} \cdot \text{s}$. Najmniej różniącą się wartość tego współczynnika otrzymano dla przekroju 0-0 z obliczeń wzorem Sauera. Uzyskane wyniki wstępnie wskazują na możliwość zastosowania wzorów empirycznych Lacey i Sauera.

Słowa kluczowe: straty energii, spadek zwierciadła wody, spadek hydrauliczny, spadek dna ciek

WSTĘP

Właściwe określenie szorstkości dna koryt cieków umożliwia prawidłowe obliczenie natężenia przepływu wody. Wiedza na temat wpływu szorstkości

koryta ciek i tym samym oporów przepływu wody jest niezbędna dla ich właściwego zaprojektowania, a także umożliwia podjęcie odpowiednich rozwiązań konstrukcyjnych w trakcie realizacji prac związanych z właściwym utrzymaniem ciek. Właściwe określenie

✉ e-mail: rmmichbo@cyf-kr.edu.pl

szorstkości ma znaczenie również w przypadku odpływu wód z górnych części zlewni, w których zwiększenie szorstkości koryt tych cieków i oporów przepływu wody powoduje spowalnianie spływu wód, wpływając istotnie na retencję korytową i gruntową (Prus i in., 2018; Biedroń i in., 2020). Podstawowym działaniem w ramach prac renaturyzacyjnych cieków według Biedronia i in. (2020) powinno być wdrożenie dobrych praktyk utrzymania wód w sposób prowadzący do opóźniania odpływu – zwiększenia, a nie zmniejszenia szorstkości koryta, w szczególności w górnych odcinkach cieku.

Dysponowanie odpowiednią wiedzą i umiejętnością trafnego określenia współczynników szorstkości jest niezmiernie ważne i konieczne w wielu działaniach z zakresu hydroinżynierii. W dokumencie pt. „Dobre praktyki utrzymania rzek” (Prus i in. 2018) zwraca się uwagę na takie sterowanie zadaniami związanymi z pracami utrzymaniowymi rzek, aby w przypadkach, kiedy jest konieczne maksymalne rozpraszanie niszczącej energii wody, dążyć do utrzymania wysokiej szorstkości koryt i dolin, jednak pod warunkiem, że te działania prowadzi się na obszarach, gdzie nie spowodują nadmiernych strat. Do takich prac są wskazywane m.in. cieki w lasach i wśród nieużytków. Działania mające na celu zwiększenie szorstkości i oporów przepływu, zwłaszcza na terenach narażonych na suszę, przyczyniają się spowalnianiu odpływu, co ma kluczowe znaczenie w zarządzaniu zasobami wodnymi w celu ograniczania skutków suszy (Prus i in. 2018). Wśród zadań związanych z zarządzaniem i utrzymaniem cieków w „Dobrych praktykach utrzymania rzek” (Prus i in. 2018) wymienia się działania ograniczające koszty utrzymania i korzystnie oddziałujące na środowisko. Takimi działaniami są przekształcenia niewielkich budowli piętrzących, tj. jazów i progów znajdujących się na małych ciekach w kamienne rampy lub pochylnie denne, a najlepiej bystrza o zwiększonej szorstkości. Jak podaje Plesiński i in. (2013) budowle tego typu stanowią proekologiczne rozwiązanie z zakresu inżynierii rzecznej. Właściwy dobór współczynnika szorstkości dna ma istotny wpływ na prawidłowe zaprojektowanie tych konstrukcji hydrotechnicznych wykorzystywanych również w budowie przejść dla ryb. Dotyczy to zwłaszcza budowli o charakterze zbliżonym do naturalnego, zapewniających warunki, jakie napotykałyby ryby w naturalnej rzece.

Jak podaje Mokwa (2010), przy projektowaniu przepławek o charakterze naturalnym procedury obliczeń hydraulicznych są bardziej skomplikowane, gdyż wymagają wyznaczenia współczynnika szorstkości, średnich oraz maksymalnych prędkości, a także maksymalnego przepływu przy danym napełnieniu.

Wyznaczenie wartości współczynnika szorstkości Maninnga jest subiektywne, a dokładność jego ustalenia zależy od doświadczenia hydrologa lub inżyniera w szacowaniu wartości w szerokim zakresie warunków hydraulicznych. W ustalaniu wartości tego współczynnika pomocne mogą być wzory empiryczne (tab. 1) opracowane dla różnych warunków hydraulicznych. Przedstawione w tabeli 1 wzory opisują zależność współczynnika szorstkości w funkcji parametrów hydraulicznych, takich jak spadek zwierciadła wody, spadek hydrauliczny i promień hydrauliczny, i parametrów geometrycznych koryta, tj. powierzchni przekroju poprzecznego i spadku dna.

Bray (1979) opracował równanie (1) na podstawie 67 pomiarów wykonanych w rzekach stanu Alberta w Kanadzie. Średnica d_{50} koryt zwirowych rzek badanych przez Braya wynosiła od 0,06 do 0,48 stopy, tj. od 18 do 146 mm. Natomiast spadek zwierciadła wody mieścił się w przedziale 0,22–15%. Szerokość rzek w przekrojach pomiarowych wynosiła od 47 do 1790 stóp (14,3–545,6 m), natomiast stosunek średniego napełnienia D do średnicy d_{50} wynosił od 5 do 276. Wzór (2) został opracowany przez Braya (1982) dla tych samych danych pomiarowych, które zostały zamieszczone w jego w publikacji z 1979 roku. Bray uzależnił w tym wzorze współczynnik szorstkości od spadku zwierciadła wody i dodatkowo od promienia hydraulicznego (tab. 1).

Jarrett (1984) na podstawie wykonanych 75 pomiarów hydrometrycznych i geodezyjnych na 21 rzekach o dnie zwirowym z głazami, znajdujących się w stanie Colorado w USA, opracował zależność (3) (tab. 1). Zależność została określona dla zakresu spadku hydraulicznego, czyli spadku tarcia równemu spadkowi linii energii, wynoszącemu od 2 do 90%, a także dla zakresu promienia hydraulicznego 0,5–7 stóp (0,15–2,13 m).

Sauer w 1990 roku opracował równanie (4), które było wzorowane na zależności opracowanej przez Jarretta, gdzie spadek hydrauliczny został zamieniony na spadek zwierciadła wody (Lee i in., 2017). Równanie

Tabela 1. Wzory empiryczne służące wyznaczeniu współczynnika szorstkości Manninga

I.p.	Autor wzoru	Wzór	
1	Bray (1979)	$n = 0,104S_w^{0,177}$	(1)
2	Bray (1982)	$n = \frac{1}{80} R^{0,067} S_w^{0,21}$	(2)
3	Jarrett (1984)	$n = 0,39S_f^{0,38} R^{-0,16}$	(3)
4	Sauer (Lang i in. 2004)	$n = 0,11S_w^{0,18} \left(\frac{R}{0,3048} \right)^{0,08}$	(4)
5	Lacey (Lang i in. 2004)	$n = 0,0928S^{1/6}$	(5)
6	Riggs (1976)	$n = 0,210A^{-0,33} R^{0,667} S_w^{0,095}$	(6)
7	Gessler (1990)	$n = \frac{R^{1/3}}{\left(2,21 + 2,03 \log \left(\frac{0,0251}{S_f} \right) \right)^{(8g)^{1/3}}}$	(7)
8	Dingman i Sharma (1997)	$n = 0,217A^{-0,173} R^{0,267} S^{0,156}$	(8)

gdzie: S_w – spadek zwierciadła wody, S_f – spadek hydrauliczny, R – promień hydrauliczny, A – powierzchnia przekroju poprzecznego, S – spadek dna ciekłu

(4) opracowane przez Sauera jest ważne w zakresie spadku zwierciadła wody 0,3–18‰ i promienia hydraulicznego większego od 19 stóp (5,79 m). Według Langa i in. (2004) wzór (4) dotyczy warunków hydraulicznych z czynnikami opóźniającymi przepływ, tj. dla nieregularnych koryt ze zróżnicowanym kształtem przekrojów, z roślinnością na brzegach koryt.

Wzór Lacey (5) został opublikowany w 1946 roku (Lang i in., 2004) i dotyczy koryt cieków ze stosunkowo drobnym rumowiskiem, w których przepływ charakteryzuje się dużym napełnieniem. Koryto ciekłu, jego dno i skarpy nie powinno być nieregularne.

Riggs (1976) opracował równanie (6) dla 62 danych pomiarowych przedstawionych w pracy Barnesasa z 1967 roku. Wzór ten jest ważny dla jednolitych powierzchni przekrojów poprzecznych wypełnionych niemal całkowicie wodą.

Wzór (7) został opracowany przez Gessler (1990) na podstawie 31 danych pomiarowych uzyskanych w wyniku badań przeprowadzonych w laboratorium. Badania laboratoryjne przeprowadzono dla średnic ziaren w przedziale od 6 do 40 mm, natomiast weryfikację uzyskanych wyników wykonano w warunkach terenowych dla średnic d95 w przedziale 1,9–6,5 mm.

Dingman i Sharma (1997) wykorzystali 520 danych pomiarowych uzyskanych przez Barnesasa (1967) oraz Hicksa i Masona (1991) do opracowania wzoru (8). Wzór ten został zweryfikowany dla 100 danych pomiarowych zamieszczonych w pracach Barnesasa (1967) oraz Hicksa i Masona (1991).

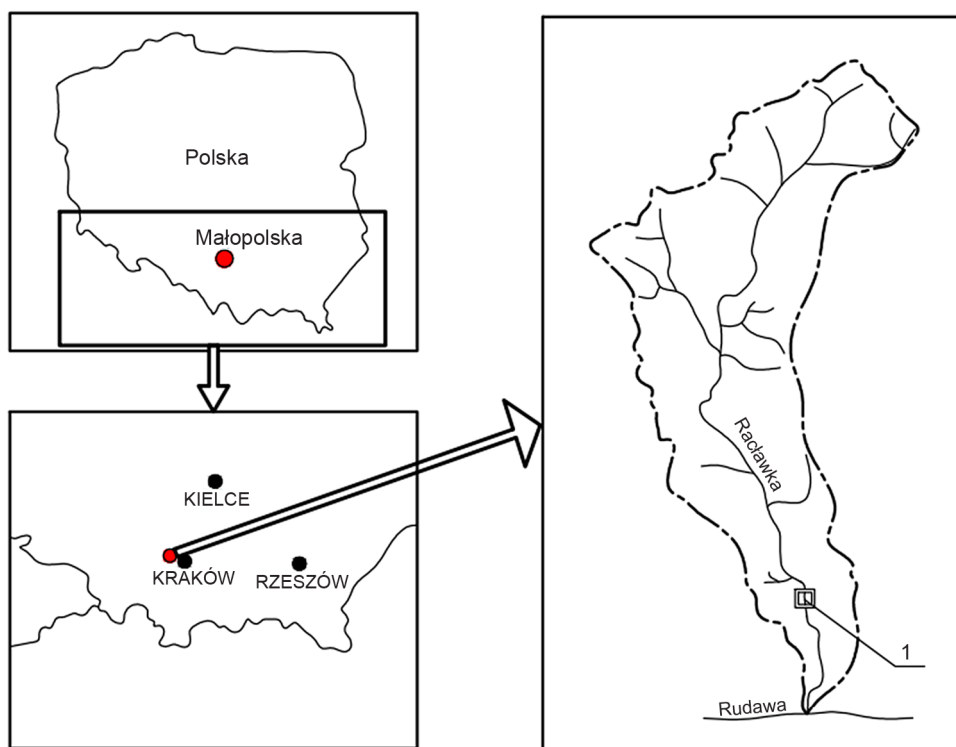
Zastosowanie tych wzorów (tab. 1) bez ich wcześniejszej weryfikacji może spowodować nieprawidłowe określenie wartości współczynnika szorstkości Manninga. Celem pracy było dokonanie wstępnej

weryfikacji formuł empirycznych służących obliczeniu współczynnika szorstkości Maninnga. W tym celu wykonano pilotażowe pomiary geodezyjne i hydrometryczne w przekrojach poprzecznych wytypowanego do badań potoku Raclawka. Uzyskane wyniki pomiarów umożliwiły określenie współczynników szorstkości za pomocą przekształconego równania Chézy-Maninnga, formułą wyprowadzoną z równania Bernoulliego i wzorem, w którym współczynnik oporów obliczono z równania Colebrooka-White'a. Współczynniki te umożliwiły przeprowadzenie weryfikacji formuł empirycznych umożliwiających wyznaczenie tego współczynnika na podstawie parametrów hydraulicznych i geometrycznych koryta cieku. Poddane weryfikacji formuły (tab. 1), opracowane dla zróżnicowanych warunków, mogą okazać się pomocne przy pracach projektowych kanałów obiegowych, bystrotoków, pochylni i ramp, których celem jest zapewnienie ciągłości przepływu ryb przez przeszkody hydrotechniczne na ciekach. Weryfikacja tych formuł została przeprowadzona na podstawie

obliczonego współczynnika szorstkości za pomocą przekształconego równania energii, tj. równania Bernoulliego, dla danych pozyskanych z pomiarów terenowych. Do pilotażowych badań wytypowano odcinek potoku Raclawka charakteryzujący się zróżnicowanymi spadkami dna.

METODYKA BADAŃ

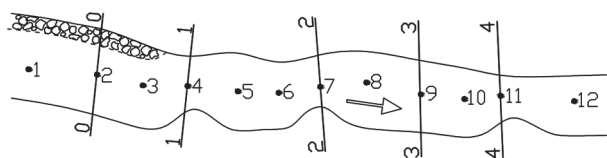
Potok Raclawka jest dopływem rzeki Rudawy (ryc. 1). Długość potoku wynosi 16,52 km, a jego zlewnia, której powierzchnia wynosi 39,78 km², znajduje się na Wyżynie Krakowsko-Częstochowskiej w powiecie krakowskim województwa małopolskiego (Maciejowski, 2000). Źródła potoku Raclawka, nazywanego również Czubrówką, znajdują się na wysokości ok. 389 m n.p.m. Zlewnia Raclawki zbudowana jest z silnie spękanych, krasowiejących skał, takich jak wapień i dolomity, w których istnieje tylko jeden duży zbiornik wód podziemnych zasilających źródła na całym obszarze zlewni (Maciejowski, 2000).



Ryc. 1. Potok Raclawka. Lokalizacja odcinka pomiarowego

Do badań wytypowano odcinek o długości 24,2 m, którego przekrój 0-0 zlokalizowano w kilometrze 2+974 potoku Raclawka. Na badanym odcinku wyznaczono pięć przekrojów poprzecznych (ryc. 2). Pomiarów geodezyjnych wykonano w dniu 28 listopada 2020 roku za pomocą niwelatora AT-G7N firmy Topcon. Określono rzędne dna w 12 punktach badanego odcinka, aby wyznaczyć spadek dna pomiędzy przekrojami poprzecznymi. Lokalizację przekrojów poprzecznych przyjęto, kierując się możliwością uzyskania znacznie zróżnicowanych spadków pomiędzy poszczególnymi przekrojami poprzecznymi. Wykonano również pomiary hydrometryczne prędkości przepływu wody w przekroju poprzecznym 1-1. W tym celu wyznaczono pion hydrometryczny w odstępach co 0,2 m, a w każdym pionie wykonano pomiary prędkości przepływu wody na różnych wysokościach, zgodnie z instrukcją zawartą w „Procedurze pomiarowej IMGW” (2002). Pomiary prędkości przepływu wody pomierzono za pomocą młynka indukcyjnego Valeport Model 801, określając prędkość średnią z interwału pomiarowego wynoszącego 10 sekund. Dla każdego interwału określona została wartość odchylenia standardowego dla pomierzonych prędkości chwilowych. Ze względu na niesprzyjające warunki atmosferyczne pomiary prędkości przepływu wody wykonano jedynie w przekroju 1-1. Przekrój ten został wybrany do wykonania pomiarów prędkości przepływu wody ze względu na jego morfologię zapewniającą uzyskanie reprezentatywnych wyników pomiarów, tj. niedużą szerokość, nieznacznie różniące się napełnienia w poszczególnych pionach, brak przegłębienia i równomierny rozkład prędkości przepływu wody w przekroju, bez tworzących się wirów i załamania lustra wody.

W trakcie pomiarów hydrometrycznych dokonano również pomiaru temperatury wody w potoku Raclawka, niezbędnej do określenia wartości współczynnika lepkości kinematycznej wody, a następnie



Ryc. 2. Odcinek pomiarowy na potoku Raclawka z zaznaczonymi punktami pomiarowymi w dnie (1-12) i pięcioma przekrojami poprzecznymi (od 0-0 do 4-4)

do obliczenia liczby Reynoldsa. Pobrano również jedną próbę rumowiska dennego z odcinka pomiędzy przekrojami 0-0 i 1-1 – w celu opracowania krzywej uziarnienia. Próba o masie 18,5 kg, która po wysuszeniu została poddana określeniu składu granulometrycznego.

Natężenie przepływu na podstawie wyników pomiarów prędkości przepływu wody obliczono metodą Harlachera (Byczkowski, 1996). Dysponując obliczonym natężeniem przepływu, ustalono współczynnik szorstkości dna z przekształconego równania Chézy’ego, w którym występuje współczynnik szorstkości Maninnga n [$m^{-1/3} \cdot s$]. Równanie to, nazywane potocznie równaniem Chézy-Maninnga, ma postać:

$$Q = \frac{1}{n} AR^{2/3} S_f^{1/2} \quad (9)$$

gdzie:

- A – powierzchnia przekroju [m^2],
- R – promień hydrauliczny [m],
- S_f – spadek hydrauliczny (*the friction slope*), inaczej spadek tarcia równy spadkowi linii energii.

Równanie Chézy-Maninnga dotyczy ruchu jednostajnego ustalonego, jednakże jak podaje Jarrett i Pettsch (1985), równanie to można również zastosować w warunkach nieustalonego przepływu, modyfikując uwzględnianą stratę energii spowodowaną tarciami w płaszczyźnie dna, dlatego spadek dna można zapisać w postaci:

$$S_f = \frac{h_f}{L} = \frac{\Delta h + \Delta h_v + k\Delta h_v}{L} \quad (10)$$

gdzie:

- h_f – wysokość strat energii (*the friction head loss*),
- Δh – różnica poziomów wody,
- Δh_v – różnica wysokości prędkości (*the difference in velocity head*),
- $k\Delta h_v$ – strata energii spowodowana zwężaniem lub poszarżaniem strugi (*the energy loss due to contraction or expansion of the reach*), w której k jest stałą korygującą straty energii ze względu na przyspieszenie lub opóźnienie przepływu na odcinku L .

Wartość k przyjmuje się równą zero, gdy następuje przyspieszenie przepływu, a gdy wystąpi opóźnienie przepływu wartość k przyjmuje się równą 0,5 (Lee i in., 2017). Współczynnik szorstkości Maninnga obliczono z przekształconego wzoru (9), w którym spadek obliczono z równania (10).

Dla poszczególnych przekrojów i dla całego badanego odcinka obliczono współczynnik szorstkości Manninga formułą (11), opracowaną przez Barnes (1967) i zastosowaną w pracach Hicksa i Masona (1991), a także Kima i in. (2010). Formuła ta, wyprowadzona z równania Bernoulliego, umożliwi obliczenie średniego współczynnika szorstkości Manninga dla odcinków cieków z wieloma przekrojami poprzecznymi. Ma ona postać:

$$n = \frac{1}{Q} \sqrt{\frac{(h_1 + h_{v1}) - (h_m + h_{vm}) - \sum_{i=2}^m (k_{i-1,i} \Delta h_{v_{i-1,i}})}{\sum_{i=2}^m \frac{L_{i-1,i}}{z_{i-1} z_i}}}$$
 (11)

gdzie: $Z = AR^{2/3}$, m oznacza liczbę przekrojów, pozostałe oznaczenia jak we wzorze (10).

Obliczone promienie hydrauliczne dla każdego z przekrojów poprzecznych, a także określona chropowatość ogólna k_s wyznaczona ze wzoru Gładki umożliwiły obliczenie bezwymiarowego współczynnika oporów λ z równania Colebrooka-White'a (Michalec, Zwolenik 2019). Równanie Colebrooka-White'a w poniższej postaci jest ważne dla warunków hydraulicznych odpowiadających liczbie Reynoldsa większej od 25000:

$$\lambda = \left[-2 \log \left(\frac{k_s}{14,84 \cdot R_h} \right) \right]^{-2}$$
 (12)

W warunkach hydraulicznych, gdy liczba Reynoldsa (R_e) nie przekracza 25000, stosowana jest postać ogólna wzoru Colebrooka-White'a:

$$\lambda = \left[-2 \log \left(\frac{2,51}{R_e \cdot \sqrt{\lambda}} + \frac{k_s}{14,84 \cdot R_h} \right) \right]^{-2}$$
 (13)

Określony współczynnik oporów λ z równania Colebrooka-White'a umożliwił obliczenie współczynnika szorstkości Maninnga z zależności wyprowadzonej

z równań Maninnga (14) i Darcy-Weisbacha (15), służących obliczeniu prędkości średniej V w przekroju poprzecznym cieków:

$$V = \frac{1}{n} R^{2/3} S^{1/2}$$
 (14)

$$V = \sqrt{\frac{8g}{\lambda}} \sqrt{RS}$$
 (15)

w których:

- S – spadek,
- g – przyspieszenie ziemskie, a pozostałe oznaczenia jak we wzorze (9).

Wyprowadzona z tych równań zależność umożliwiająca obliczenie współczynnika szorstkości Maninnga n dla określonego współczynnika oporów λ z równania (14) lub (15) ma postać (Yen 2002):

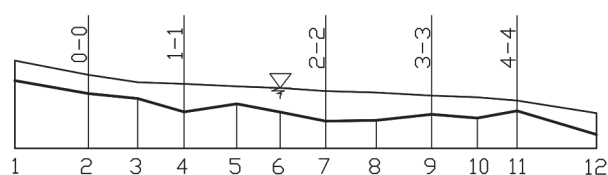
$$n = R^{1/6} \sqrt{\frac{\lambda}{8g}}$$
 (16)

Współczynnik szorstkości obliczony z przekształconego wzoru (9) i za pomocą wzoru (11) został porównany z uzyskanym wynikiem obliczeń wzorem (16), a także z wynikami obliczeń współczynnika szorstkości uzyskanymi ośmioma wzorami opracowanymi przez Braya (1979, 1982), Jarretta (1984), Sauera (Lee i in., 2017), Lacey (Lang i in., 2004), Riggsa (1976), Gessler (1990), Dingmana i Sharmy (1997) (tab. 1).

WYNIKI

Na podstawie wyników pomiarów geodezyjnych opracowano przekroje poprzeczne i profil podłużny badanego odcinka potoku Raclawka. Schematyczny profil podłużny przedstawiono na rycinie 3, a obliczone spadki dna i zwierciadła wody zamieszczono w tabeli 2. Spadki te obliczono dla segmentów badanego odcinka wyznaczonych pomiędzy poszczególnymi przekrojami. W punktach 2, 4, 7, 9 i 11 wytyczono i pomierzono odpowiednio przekroje poprzeczne 0–0, 1–1, 2–2, 3–3 i 4–4 (ryc. 2 i 3).

Na podstawie wyników pomiarów prędkości wody wykonanych w przekroju 1–1 obliczone natężenie przepływu wody wynosiło $0,135 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$. Z równania ciągłości strugi obliczono średnie prędkości dla tych przekrojów (tab. 3).



Ryc. 3. Schematyczny profil podłużny dna na potoku Raclawka

Tabela 2. Spadki dna i zwierciadła wody w segmentach badanego odcinka potoku Raclawka

Spadek	Segmenty badanego odcinka pomiędzy punktami					
	1–2	2–4	4–7	7–9	9–11	11–12
dna potoku – S [%]	3,90	4,60	1,59	–1,59	–1,01	7,42
zwierciadła wody – S_w [%]	4,30	3,41	1,28	1,09	1,41	4,10

Wartość średnic charakterystycznych odczytana z opracowanej krzywej uziarnienia wynosi odpowiednio: $d_{10} = 1$ mm, $d_{16} = 4$ mm, $d_{50} = 23$ mm, $d_{80} = 39$ mm, $d_{84} = 48$ mm i $d_{90} = 54$ mm. Na podstawie średniego napełnienia w danym przekroju i średnicy d_{50} określono skalę szorstkości dna według Bathrusta i in. (1981), według której stosunek h_m/d_{50} wynoszący więcej niż 7,5 oznacza małą skalę szorstkości, natomiast gdy wynosi od 2 do 7,5 oznacza średnią skalę szorstkości, a gdy jest mniejszy od 2 oznacza dużą skalę szorstkości. Obliczony stosunek h_m/d_{50} dla każdego z przekrojów wynosi od 0,03 do 0,07, oznacza to, że stosunek wielkości ziaren rumowiska

w dniu potoku do napełnień przy natężeniu przepływu $Q = 0,135 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ wskazuje na dużą skalę szorstkości według Bathrusta i in. (1981).

Współczynnik szorstkości dna badanego odcinka potoku Raclawka został określony ze wzoru (11) wyprowadzonego z równania Bernoulliego. Zgodnie z metodyką podaną przez Barnesę (1967) obliczenia współczynnika szorstkości tym wzorem należy wykonywać dla wszystkich pomierzonych przekrojów poprzecznych. Niestety, ze względu na stwierdzone przegłębienia w profilu podłużnym, w wyniku których wyrównane spadki dna pomiędzy przekrojami 2-2 i 3-3 oraz 3-3 i 4-4 okazały się ujemne (tab. 2), obliczenie współczynnika szorstkości dla całego odcinka, tj. od przekroju 0-0 do przekroju 4-4 okazało się niemożliwe. Z tego względu przyjęto metodę obliczeń współczynnika szorstkości dla przekrojów 1-1, 2-2, 3-3 i 4-4, przyjmując te przekroje jako końcowe dla odcinków obliczeniowych, dla których przyjęto przekrój 0-0 jako przekrój początkowy. Wyniki obliczeń współczynnika szorstkości Manninga formułą (11) w przekrojach 1-1, 2-2, 3-3 i 4-4 zamieszczono w tabeli 4.

Największą wartość współczynnika szorstkości Manninga, obliczoną formułą (11) wyprowadzoną z równania Bernoulliego i wynoszącą $0,087 \text{ m}^{-1/3} \cdot \text{s}$, otrzymano dla przekroju 1-1 (tab. 4). Natomiast najmniejszą wartość tego współczynnika wynoszącą $0,044 \text{ m}^{-1/3} \cdot \text{s}$ otrzymano dla przekroju 4-4. Zróżnicowanie wartości współczynnika jest spowodowane różnymi wartościami uśrednionych spadków dna i promieni hydraulicznych. Największy uśredniony spadek dna uzyskano dla koryta potoku powyżej przekroju 1-1, dla którego otrzymano największą wartość

Tabela 3. Parametry hydrauliczne określone dla przekrojów poprzecznych

Przekrój poprzeczny	Powierzchnia przekroju A [m ²]	Obwód zwilżony O [m]	Promień hydrauliczny R [m]	Napełnienie w przekroju		Prędkość średnia przepływu wody V [m · s ⁻¹]
				maksymalne h_{max} [m]	średnie h_m [m]	
0–0	0,292	9,66	0,030	0,27	0,06	0,462
1–1	0,356	2,41	0,148	0,28	0,16	0,379
2–2	0,360	2,97	0,121	0,32	0,13	0,376
3–3	0,339	3,14	0,108	0,21	0,11	0,399
4–4	0,317	2,81	0,113	0,16	0,12	0,426

Tabela 4. Współczynniki szorstkości Manninga obliczone: formułą z przekształconego równania Chézy-Maninnga (9), formułą (11) wyprowadzoną z równania Bernoulliego i formułą (16) ze współczynnikiem oporów wg Colebrooka-White’a

formuła	Współczynnik szorstkości n [$m^{-1/3} \cdot s$], obliczony dla przekroju				
	0-0	1-1	2-2	3-3	4-4
Spadek dna [%]	3,90	5,13	3,01	1,59	1,08
(9)	0,041	0,167	0,113	0,072	0,057
(11)	–	0,087	0,059	0,049	0,044
(16)	0,045	0,031	0,032	0,033	0,033

współczynnika szorstkości. Zmniejszające się wartości współczynnika szorstkości obliczonego wzorem (11) wynikają ze zmniejszających się wartości spadku (tabela 4). Na uzyskaną wartość współczynnika mają również wpływ promienie hydrauliczne, które w przekrojach od 1-1 do 4-4 są około cztero- pięciokrotnie większe od promienia hydraulicznego obliczonego dla przekroju 0-0 (tabela 3). Tak znaczna różnica wartości promieni hydraulicznych wynika z układu dna w profilu podłużnym badanego odcinka. Na podstawie pomiarów geodezyjnych stwierdzono, że w dnie pomiędzy przekrojami 1-1 i 4-4 występują wypłyenia i przegłębienia, a ponadto końcowa część badanego odcinka, tj. od przekroju 2-2 do 4-4, charakteryzuje się ujemnym spadkiem. Wypłylenie dna występujące w przekroju 4-4 wpływa na powstanie oporów hydraulicznych powodujących wzrost napętnienia i zmniejszenie prędkości przepływu wody od przekroju 1-1 do przekroju 4-4. Niestety, w trakcie badań pilotażowych nie wykonano pomiarów geodezyjnych przekroju poprzecznego w punkcie 1 powyżej przekroju 0-0. Z tego powodu nie było możliwe wykonanie obliczeń formułą (11) w punkcie 1. Prawdopodobnie ze względu na lokalizację punktu 1 i przekroju 0-0 na fragmencie bystrza, na którym przepływ wody odbywa się bez oddziaływania jego spiętrzenia w segmencie pomiędzy przekrojami 1-1 i 4-4, obliczenia współczynnika szorstkości wzorem (11) umożliwiłyby uzyskanie wartości miarodajnej.

Oddziaływanie kształtu dna w profilu podłużnym stwierdzono również, analizując wyniki obliczeń współczynników szorstkości z przekształconego wzoru Chézy-Maninnga (9). Obliczone współczynniki szorstkości okazały się od 1,3 do 1,9-krotnie większe od wartości tego współczynnika obliczonego formu-

łą (11), wyprowadzoną z równania Bernoulliego (tabela 4). Na taki wynik ma głównie wpływ zwiększona powierzchnia przekroju i promień hydrauliczny przekrojów od 1-1 do 4-4 w wyniku spiętrzenia przepływu spowodowanego odsypiskiem rumowiska w przekroju 4-4. Słuszność tego stwierdzenia potwierdza uzyskany współczynnik szorstkości dla przekroju 0-0 (tabela 4). Współczynnik szorstkości wynoszący $0,041 m^{-1/3} \cdot s$ obliczony przekształconym wzorem Chézy-Maninnga (9) dla promienia hydraulicznego $0,03 m$ (tab. 3) stanowi wartość miarodajną, gdyż przekrój ten nie znajduje się w strefie oddziaływania spiętrzenia wody spowodowanego deformacjami dna na długości badanego odcinka. Jest ona ponadto zbliżona do uzyskanego formułą (11) dla przekroju 4-4 współczynnika szorstkości wynoszącego $0,044 m^{-1/3} \cdot s$.

Wypłylenie dna występujące w przekroju 4-4 ma również wpływ na wyniki obliczeń współczynnika szorstkości za pomocą wzoru (16), w którym współczynniki oporów określono wg Colebrooka-White’a. Zwiększone napętnienia w korycie potoku w czterech przekrojach, tj. od przekroju I-I do przekroju IV, nieadekwatne do natężenia przepływu wody, przyczyniają się do zwiększenia pola powierzchni tych przekrojów i tym samym promieni hydraulicznych. W efekcie współczynniki szorstkości obliczone wzorem (16) (tab. 4) są zaniżone dla tych przekrojów, gdyż ze względu na wpływ spiętrzenia przepływu, powodujący zwiększenie napętnienia i tym samym powierzchni przekroju i promieni hydraulicznych, obliczenia współczynnika oporów wykonano wzorem uproszczonym (12) dla liczby Reynoldsa większej od 25000. Wykonano również obliczenia liczby Reynoldsa dla przekroju 0-0, która wynosi 20637, a następnie obliczono współczynnik oporów wzorem Colebrooka-

-White'a (13) w postaci ogólnej, obliczając ostatecznie współczynnik szorstkości wzorem (16). Wartość tego współczynnika dla przekroju 0-0, którego promień hydrauliczny wynosi 0,03 m, jest równa $0,045 \text{ m}^{-1/3} \cdot \text{s}$.

Na podstawie wyników obliczeń współczynnika szorstkości dla danych uzyskanych z pomiarów geodezyjnych i hydrometrycznych stwierdzono, że badany odcinek koryta potoku Raclawka charakteryzuje się wartością współczynnika szorstkości w przedziale $0,041\text{--}0,045 \text{ m}^{-1/3} \cdot \text{s}$ i na podstawie tej wartości dokonano weryfikacji możliwości zastosowania formuł empirycznych przedstawionych w tabeli 1 do określenia współczynnika szorstkości dna badanego potoku. W tabeli 5 przedstawiono wyniki obliczeń tymi formułami.

DYSKUSJA

Spśród weryfikowanych wzorów, wartość współczynnika szorstkości obliczona formułą Sauera (4) okazała się najmniej różniąca od wartości tego współczynnika obliczonego z przekształconego równania Bernoulliego (11) dla przekroju 4-4 i najbliższa wartościom n obliczonym dla przekroju 0-0 wzorami (9) i (16). W porównaniu do współczynników szorstkości obliczonych dla przekroju 0-0 pozostałymi wzorami można wstępnie uznać formułę (4) opracowaną przez Sauera za odpowiednią do stosowania dla potoków o podobnych parametrach hydraulicznych i geometrycznych koryta.

Również zadawalające wartości współczynnika szorstkości otrzymano w wyniku zastosowania formu-

ły opracowanej przez Lacey (5). Formuła ta uzależnia współczynnik szorstkości jedynie od spadku dna. Obliczony tym wzorem współczynnik szorstkości dla przekroju 0-0 wynosi $0,054 \text{ m}^{-1/3} \cdot \text{s}$, natomiast obliczony dla przekroju 4-4 ma taką samą wartość, jak z obliczeń formułą wyprowadzoną z równania Bernoulliego. Znacznie większe wartości współczynnika szorstkości dla przekroju 0-0 otrzymano ze wzoru (1) Braya i wzoru (8) Dingman i Sharma, wynosiły odpowiednio $0,060$ i $0,064 \text{ m}^{-1/3} \cdot \text{s}$. Współczynniki szorstkości otrzymane z obliczeń tymi wzorami, tj. wzorami (1), (5) i (8), są o 32–56% większe od otrzymanych ze wzoru (9), tj. z przekształconego równania Chézy-Manninga, a także są o 20–42% większe od otrzymanych ze wzoru (16), w którym współczynnik oporów określono z równania Colebrooka-White'a. Współczynniki szorstkości obliczone tymi wzorami dla przekrojów od 1-1 do 4-4 nie są reprezentatywne ze względu na wpływ spiętrzenia spowodowanego wypłytem w przekroju 4-4. Przy analizowaniu otrzymanych wyników jest nieodzowne odniesienie się również do zakresu, dla którego weryfikowane wzory zostały opracowane. Wyniki obliczeń wzorem (1) Braya są zawyżone, co może wynikać ze spadku zwierciadła wody potoku Raclawka w obliczeniach dla przekroju 0-0, gdyż spadek ten wynosi 4,3% (tabela 2) i jest większy od górnej granicy zakresu stosowalności tego wzoru, wynoszącej 1,5%. Jednakże w przypadku zastosowania wzoru (4) Sauera, pomimo że spadek zwierciadła wody Raclawki przekraczał górną granicę zakresu dla zastosowania tego wzoru wynoszącą 1,8% (Lang i in., 2004), uzyskano zadawalające wyniki.

Tabela 5. Współczynnik szorstkości Manninga dla badanego odcinka potoku Raclawka obliczony wzorami empirycznymi

l.p.	Autor wzoru / nr wzoru	Współczynnik szorstkości n [$\text{m}^{-1/3} \cdot \text{s}$], obliczony dla przekroju				
		0-0	1-1	2-2	3-3	4-4
1	Bray / (1)	0,060	0,055	0,051	0,050	0,050
2	Bray / (2)	0,005	0,005	0,005	0,005	0,005
3	Jarrett / (3)	–	0,218	0,131	0,127	0,118
4	Sauer / (4)	0,052	0,054	0,050	0,048	0,048
5	Lacey / (5)	0,054	0,057	0,052	0,047	0,044
6	Riggs / (6)	0,023	0,059	0,049	0,046	0,048
7	Gessler / (7)	0,034	0,064	0,048	0,038	0,034
8	Dingman i Sharma / (8)	0,064	0,098	0,085	0,076	0,073

Wzory Braya (2), Jarreta (3), Riggsa (6) i Gessler (7) nie powinny być stosowane do wyznaczenia współczynnika szorstkości w potokach o charakterystyce hydrologicznej i morfologicznej zbliżonej do charakterystyk potoku Raclawka. Współczynnik szorstkości w przekroju 0-0, niebędący pod wpływem oddziaływania oporów przepływu wody spowodowanych spiętrzeniem w przekroju 4-4, jest znacząco zaniżony, z wyjątkiem wzoru Jarreta (3). Współczynnik szorstkości obliczony dla przekroju 4-4 wynosi $0,118 \text{ m}^{-1/3} \cdot \text{s}$ i jest prawie dwukrotnie większy od przyjętego jako miarodajny, tj. wynoszącego $0,041\text{--}0,045 \text{ m}^{-1/3} \cdot \text{s}$. Natomiast z badań Langa i in. (2004) wynika, że wzory (8) Dingman i Sharma i (6) Riggsa dają dobre estymacje współczynnika szorstkości. Autorzy ci weryfikowali wzory na podstawie badań czterech rzek w stanie Viktoria w Australii. W tej pracy znalazła się również cenna uwaga dotycząca wzoru (2) Braya, którego – zdaniem Langa i in. (2004) – wyniki obliczeń współczynnika szorstkości są niedoszacowane. Potwierdzają to wyniki uzyskane dla potoku Raclawka, gdyż z tego wzoru otrzymano n wynoszące zaledwie $0,005 \text{ m}^{-1/3} \cdot \text{s}$.

PODSUMOWANIE

Wykonane pomiary i wyniki przeprowadzonych badań umożliwiły określenie współczynników szorstkości za pomocą przekształconego równania Chézy-Maninnga (9), formułą wyprowadzoną z równania Bernoulliego (11) i wzorem (16), w którym współczynnik oporów obliczono z równania Colebrook-White'a. Obliczenia tymi formułami wykazały, że ze względu na występujące w profilu podłużnym zmiany linii dna w postaci wypłyceń i przegłębienia, uzyskanie miarodajnych i wiarygodnych wartości współczynnika szorstkości może okazać się niemożliwe. Wykonane badania pilotażowe wskazują na konieczność bieżącej analizy profilu podłużnego w trakcie pomiarów hydrometrycznych, w wyniku której możliwe będzie wykluczenie z badań odcinków koryta cieków z występującymi dodatkowymi oporami przepływu wody wynikającymi m.in. ze spiętrzenia przepływu na skutek deformacji koryta spowodowanego przegłębieniem lub łachami rumowiska.

Na podstawie wstępnej oceny weryfikacji formuł empirycznych służących określeniu współczynnika szorstkości w oparciu na parametrach hydromorfo-

logicznych cieków stwierdzono, że optymalne wyniki obliczeń umożliwia zastosowanie wzoru Sauera (4). Równanie to opisuje współczynnik szorstkości w funkcji spadku zwierciadła wody i promienia hydraulicznego. Ten wzór, ze względu na poprawność uzyskanych wyników dla cieków o charakterystyce morfologicznej i hydraulicznej zbliżonej do tych charakterystyk potoku Raclawka może okazać się zalecanym w pracach projektowych dotyczących regulacji potoków, w projektach kanałów obiegowych jako przejść dla ryb i wszelkich innych pracach związanych z określeniem warunku przepływu wody w ciekach z dnem żwirowym. Potwierdzenie słuszności tej tezy będzie możliwe w wyniku wykonania kolejnych planowanych pomiarów na różnych odcinkach Raclawki i innych potoków Wyżyny Krakowskiej.

Poza wzorem Sauera zadowalające wyniki otrzymano z obliczeń formułą opracowaną przez Lacey, co wskazuje na potencjalną możliwość zastosowania również tej formuły do wyznaczania współczynnika szorstkości potoków Wyżyny Krakowskiej. Jednakże potwierdzenie tej wstępnie sformułowanej tezy wymaga kontynuowania badań. Planowane badania umożliwią również opracowanie bardziej szczegółowej weryfikacji pozostałych formuł empirycznych przedstawionych w pracy, a także umożliwią opracowanie empirycznej formuły regionalnej.

LITERATURA

- Barnes, Jr.H.H. (1967). Roughness Characteristics of Natural Channels (U.S. Geological Survey Water Supply Paper 1849). U.S. Geological Survey.
- Bathurst, J.C., Li R.M., Simons, D.B. (1981). Resistance equation for large-scale roughness: American Society of Civil Engineers, Journal of the Hydraulics Division, v. 107, no. HY12, 1593–1613.
- Biedroń, I., Brzoska, P., Dondajewska-Pielka, R., Furdyna, A., Gołdyn, R., Grygoruk, M., Grześkowiak, A., Horsk-Schwarz, S., Jusik, S., Kłosek, K., Krzywiński, W., Ligieza, J., Łapuszek, M., Okrański, K., Pawlaczyk, P., Przesmycki, M., Popek, Z., Szalkiewicz, E., Suska, K., Żak, J. (2020). Renaturyzacja wód. Podręcznik dobrych praktyk renaturyzacji wód powierzchniowych. Kraków: Multiconsult Polska.
- Bray, D.I. (1979). Estimating average velocity in gravel-bed rivers: American Society of Civil Engineers, Journal of the Hydraulics Division, 105(HY9), 1103–1122.

- Bray, D.I. (1982) Flow resistance in gravel-bed rivers. In Hey RD, Bathurst JC, Thorne CR editors. *Gravel-bed Rivers*. Chichester, UK: John Wiley and Sons, 109–137.
- Byczkowski, A. (1996). *Hydrologia*. Warszawa: Wyd. SGGW.
- Dingman, S.L., Sharma, K.P. (1997) Statistical development and validation of discharge equations for natural channels. *Journal of Hydrology* 199, 13–35.
- Gessler, J. (1990) Friction factor of armored river beds. *Journal of Hydraulic Engineering ASCE* 116(4), 531–543.
- Hicks, D.M., Mason, P.D. (1991). *Roughness Characteristics of New Zealand Rivers*. Wellington: DSIR Marine and Freshwater.
- Jarrett, R.D. (1984). *Hydraulics of high-gradient streams*. American Society of Civil Engineers, *Journal of Hydraulic Engineering*, 10(HY11), 1519–1539.
- Jarrett, R.D., Petsch, Jr.H.E. (1985). *Computer Program NCALC User's Manual – Verification of Manning's Roughness Coefficient in Channels* (U.S. Geological Survey Water Resources Investigations Report 85-4317). U.S. Geological Survey
- Kim, J.S., Lee, C.J., Kim, W., Kim, Y.J. (2010). Roughness coefficient and its uncertainty in gravel-bed river. *Water Science and Engineering*, 3(2), 217–232.
- Lang, S., Ladson, T., Anderson, B. (2004). A review of empirical equations for estimating stream roughness and their application to four streams in Victoria. *Australian Journal of Water Resources*, 8(1), 69–82.
- Lee, K., Firoozfar, A.R., Muste, M. (2017). *Technical Note: Monitoring of unsteady open channel flows using the continuous slope-area method*. *Hydrol. Earth Syst. Sci.*, 21, 1863–1874.
- Maciejowski, W. (2000). Zmiany stosunków wodnych w okresie 1933–1998 w zlewni Raclawki i Szklarki na Wyżynie Krakowskiej. *Zesz. Nauk. UJ, Prace Geogr.*, 5, 257–286.
- Michalec, B., Zwolenik, M. (2019). Określenie wpływu ziaren ponadwymiarowych na warunki hydrauliczne przepływu wody w korycie potoku Będkówka. *Acta Scientiarum Polonorum, Formatio Circumiectus*, 18(2), 13–22.
- Mokwa, M. (2010). Obliczenia hydrauliczne przepławek dla ryb. *Acta Sci. Pol., Formatio Circumiectus*, 9(2), 43–58.
- Plesiński, K., Janas, M., Radecki-Pawlik, A. (2013). Analiza parametrów hydraulicznych w rejonie bystrza o zwiększonej szorstkości na rzece Porębianie w Gorcach. *Acta Sci. Pol., Formatio Circumiectus*, 12(1), 101–114.
- Procedura pomiarowa IMGW. (2002). Pomiar natężenia przepływu za pomocą młynka hydrometrycznego – wykonany w bród. IMGW/PSHM/SPO/POM/2002, masyzynopsis.
- Prus, P., Popek, Z., Pawlaczyk, P. (2018). *Dobre praktyki utrzymania rzek*. Warszawa: WWF Polska.
- Riggs, H.C. (1976) A simplified slope-area method for estimating flood discharges in natural channels. *U.S. Geological Survey Journal of Research*, 4(3), 285–291.
- Yen, B.Ch. (2002). *Open Channel Flow Resistance*. *Journal of Hydraulic Engineering*, 128(1), 20–39.

PRELIMINARY VERIFICATION OF EMPIRICAL FORMULAS TO DEFINE THE ROUGHNESS COEFFICIENT

ABSTRACT

Aim of the study

The aim of the study was to carry out a preliminary verification of empirical formulas used to calculate the Manning's roughness coefficient. The results of the pilot investigations carried out on the Raclawka Stream made it possible to determine the roughness coefficients using the transformed Chézy-Manning equation, the formula developed from transformed Bernoulli's equation and the formula in which the drag coefficient was calculated from the Colebrook-White equation.

Material and methods

On the basis of the calculated coefficients, preliminary verification of the applicability of the formulas developed by Bray, Jarrett, Sauer, Lacey, Riggs, Gessler as well as Dingman and Sharma was made. For this purpose, five cross-sections, marked from 0-0 to 4-4, were marked on the examined section of Raclawka. Surveying measurements of cross-sections, channel slope and water-surface slope were made, as well as hydrometric measurements of the water flow velocity were made.

Results and conclusions

The roughness coefficient calculated by the formula developed from transformed Bernoulli's equation was 0.087, 0.059, 0.049 and 0.044 $\text{m}^{-1/3} \cdot \text{s}$, for the cross-sections from 1-1 to 4-4, respectively. On the other hand, the roughness coefficient calculated for the 0-0 cross-section using the transformed Chézy-Maninng equation and the formula in which the drag coefficient was calculated from the Colebrook-White equation, is 0.041 and 0.045 $\text{m}^{-1/3} \cdot \text{s}$, respectively. The obtained results indicate the possibility of using Lacey and Sauer's empirical formulas to determine the roughness coefficient for streams with morphological and hydraulic characteristics similar to those of the Raclawka Stream.

Keywords: energy losses, water-surface slope, hydraulic slope, channel slope