

OCENA MOŻLIWOŚĆ ZASTOSOWANIA MODYFIKACJI FORMUŁY COLEBROOKA-WHITE'A Z UWZGLĘDNIENIEM WPŁYWU CHROPOWATOŚCI BEZWZGLĘDNEJ DNA POTOKU

Monika Zwolenik, Bogusław Michalec   0000-0002-0402-3416

Katedra Inżynierii Wodnej, Wydział Inżynierii Środowiska i Geodezji, Uniwersytet Rolniczy w Krakowie, al. Mickiewicza 24/28, 30-059 Kraków

ABSTRAKT

Cel pracy

Celem przeprowadzonych badań jest określenie możliwości zastosowania równania Colebrooka-White'a z modyfikacjami jego stałych K_1 , K_2 i K_3 zaproponowanych przez różnych autorów z uwzględnieniem wpływu szorstkości ziarnowej dna potoku górskiego. Obliczone bezwymiarowe współczynniki oporów umożliwiły wyliczenie współczynników szorstkości dna potoku Raclawka.

Materiał i metody

Badania przeprowadzono w korycie potoku Raclawka. Na podstawie pomiarów terenowych prędkości przepływu wody obliczono natężenie przepływu wody Q , a następnie obliczono średni współczynnik szorstkości Manninga formułą opracowaną przez Barnesa. Współczynnik ten umożliwił obliczenie współczynnika szorstkości wyznaczonego z przekształconego równania Chézy-Maninnga. Obliczony współczynnik oporów porównano z wynikami obliczeń z równania Colebrooka-White'a ze stałymi K_1 , K_2 i K_3 . Ponadto w tych obliczeniach przyjmowano wartości chropowatości bezwzględnej k_s , wyznaczonej z 25 wzorów podanych przez różnych autorów. W celu obliczenia wartości k_s pobrano próbę rumowiska i określono jej skład granulometryczny. Obliczono również współczynniki szorstkości z przekształconego równania Chézy-Maninnga dla poszczególnych wartości współczynnika oporów za pomocą modyfikacji równania Colebrooka-White'a.

Wyniki i wnioski

Obliczony w wyniku pomiarów współczynnik szorstkości dla tego potoku wynosi $0,044 \text{ m}^{-1/3} \cdot \text{s}$. Stwierdzono, że z równania Colebrooka-White'a ze stałymi K_1 , K_2 i K_3 , wyznaczonymi przez Keulegan i przez Rouse, dla wartości chropowatości bezwzględnej k_s mieszczącej się w przedziale od 0,063 do 0,060 m, która została obliczona wzorem Thompsona i Campbella oraz wzorem Irmaya, możliwe jest uzyskanie wartości współczynnika oporów, dla którego współczynnik szorstkości jest najbardziej zbliżony do uzyskanego z pomiarów. Współczynnik szorstkości badanego odcinka potoku Raclawka, obliczony za pomocą tej modyfikacji równania Colebrooka-White'a, mieści się w granicach wartości $0,040 - 0,048 \text{ m}^{-1/3} \cdot \text{s}$.

Słowa kluczowe: współczynnik szorstkości, bezwymiarowy współczynnik oporów, średnica ziarna rumowiska

WSTĘP

Szorstkość w kanałach i na terenach zalewowych jest podstawową cechą charakteryzującą przepływ wody. Szorstkość powoduje rozproszenie energii przepływu wody, co jest określane ilościowo poprzez moc strumienia. Jak podaje Griffiths (1987), opór przepływu w kanałach wynika na ogół z oporu lepkości i naprężeń powierzchniowych (chropowatość ziarnowa), z oporów spowodowanych formami dennymi (forma chropowatości) i z oporów lepkości sedymentów podczas ich transportu w strefie przydennej. Opór przepływu wody wynika z chropowatości wywołanej przez materiał mineralny budujący dno i brzegi koryta cieku, formy dna, zmienność zabudowy brzegów i przekrojów poprzecznych, krzywoliniowość układu koryta cieku, roślinność znajdującą się w korycie cieku i inne przeszkody, np. kłody drewna (Yochum, 2018).

Jak podaje Mashau (2006) w dokumencie pt. „Friction Factors in Open Channels” opublikowanym w 1963 roku, zaleca się używanie współczynnika oporów f zamiast współczynnika szorstkości n , ponieważ współczynnik oporów pozwala uzyskać lepsze korelacje z danymi uzyskanymi z eksperymentów i to w szerokim zakresie warunków hydraulicznych. Bezwymiarowy współczynnik oporów f można określić z równania Colebrooka-White'a (1). Jak podają Kubrak i Żbikowski (1995), równanie Colebrooka-

-White'a ustalone dla jednostajnego przepływu w przewodach zamkniętych nie powinno być stosowane dla przekroju koryt otwartych, ponieważ nie uwzględnia zmienności kształtu przekroju poprzecznego koryta i zmian szorstkości wzdłuż obwodu zwilżonego przekroju. Jednakże równanie to jest powszechnie stosowane do obliczenia oporów w korytach otwartych pod warunkiem, że wartości liczby Reynoldsa nie są mniejsze niż 25 000. Równanie Colebrooka-White'a dla liczby Reynoldsa większej od 25 000 można zapisać w ogólnej postaci, zastępując wartości liczbowe stałymi K_1 , K_2 i K_3 (Yen, 2002):

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -K_1 \log \left(\frac{k_s}{K_2 \cdot R_h} + \frac{K_3}{4R_e \sqrt{f}} \right) \quad (1)$$

gdzie:

- f – bezwymiarowy współczynnik oporów [–],
- k_s – chropowatość bezwzględna [m],
- Re – liczba Reynoldsa dla przepływu wody [–],
- R_h – promień hydrauliczny [m].

Stałe K_1 , K_2 i K_3 w autorskim równaniu Colebrooka-White'a służącym obliczeniu oporów przepływu wody w rurach wynosiły odpowiednio 2, 14,83 i 2,52. Dla kanałów stałe te zostały opracowane przez wielu autorów (tabela 1).

Tabela 1. Wartości stałych K_1 , K_2 i K_3 w równaniu Colebrooka-White'a (Yen, 2002)

Table 1. Values of the constants K_1 , K_2 , and K_3 in the Colebrook-White equation (Yen, 2002)

l.p.	Geometria kanału	Autor	K_1	K_2	K_3
1	Szeroki	Keulegan (1939)	2,03	11,09	3,41
2	Szeroki	Rouse (1946)	2,03	10,95	1,7
3	Szeroki	Thijsse (1949)	2,03	12,2	3,03
4	Szeroki	Sayre i Albertson (1961)	2,14	8,88	7,17
5	Szeroki	Henderson (1966)	2	12	2,5
6	Szeroki	Graf (1971)	2	12,9	2,77
7	Szeroki	Reinius (1961)	2	12,4	3,4
8	Prostokątny ($b/h = 4$)	Reinius (1961)	2	14,4	2,9
9	Prostokątny ($b/h = 2$)	Reinius (1961)	2	12,8	2,8
10	Prostokątny	Zegzhda (1938)	2	11,55	0

Gdzie: b – szerokość, h – głębokość

Yen (2002) stwierdza, że jeśli przyjmiemy jako odniesienie koryto ciekę będące szerokim kanałem wraz ze zmniejszaniem się szerokości kanału wartości stałej K_3 będą się zmniejszały, a wartości K_2 będą się zwiększały. Z danych zamieszczonych w tabeli 1 wynika, że większość badań była przeprowadzona dla kanałów szerokich. Pomimo tego według Yena (2002) istnieje potrzeba uzyskania większej liczby danych eksperymentalnych i analiz teoretycznych do dokładnego położenia krzywych na diagramie typu Moody (ang. *Moody-type diagram*) dla koryt otwartych, w szczególności dla innych kształtów geometrycznych. Diagram typu Moody zawiera również zakres dla liczby Reynoldsa $Re < 700$, dla którego współczynnik oporów obliczany jest z formuły:

$$f = \frac{K_L}{R_e} \quad (2)$$

w której K_L wynosi 24 dla kanałów szerokich i 16 dla okrągłych rur. Dla zakresu liczby Reynoldsa od 700 do 25 000 współczynnik oporów jest obliczany z formuły Blasiusa dla rur gładkich, a także, jak podaje Yen (2002), formuła ta jest często stosowana do obliczeń współczynnika oporów dla szerokich kanałów. Formuła Blasiusa ma postać:

$$f = \frac{0,224}{R_e^{0,25}} \quad (3)$$

gdzie:

- f – bezwymiarowy współczynnik oporów [–],
- R_e – liczba Reynoldsa dla przepływu wody [–].

Według Yena (2002) opór przepływu wody w korycie ciekę przy stałym równomiernym przepływie jest tylko funkcją liczby Reynoldsa Re i względnej chropowatości K , określanej jako k_s/R_h (tj. chropowatości absolutnej dna do promienia hydraulicznego), pod warunkiem, że liczba Froude'a nie jest wysoka i jej wpływ jest znikomy. Zatem przy stosowaniu formuły Colebrooka-White'a do obliczenia oporów przepływu wody, poza trudnością wyboru

odpowiednich stałych K_1 , K_2 i K_3 (tabela 1), istotny wpływ na wynik obliczeń ma właściwe określenie chropowatości bezwzględnej k_s . W korycie ciekę chropowatość dna określana za pomocą parametru k_s , jest proporcjonalna do charakterystyki średnicy ziaren rumowiska d_i budującego dno ciekę (Simoes, 2010), co można zapisać w postaci:

$$k_s = \beta_i d_i \quad (4)$$

gdzie β_i jest współczynnikiem proporcjonalności. Średnica ziarna rumowiska d_i jest średnicą cząstek i-tego percentyla należącego do frakcji ziarnowej z krzywej granulometrycznej opracowanej dla materiału mineralnego budującego dno ciekę. W tabeli 2 zamieszczono wartości współczynnika proporcjonalności β_i i średnice ziaren rumowiska d_i określone przez różnych badaczy.

Powyższe formuły mają zastosowanie w warunkach braku ruchu rumowiska dennego, tzn. dotyczą tzw. dna sztywnego. Zgodnie z koncepcją podaną przez Nikuradse w określeniu oporów przepływu wody powstających w takich warunkach hydraulicznych, jest konieczne określenie równoważnej chropowatości dna. Celem przeprowadzonych badań jest określenie możliwości zastosowania równania Colebrooka-White'a z modyfikacjami jego stałych K_1 , K_2 i K_3 zaproponowanych przez różnych autorów badań oporów przepływu wody w kanałach otwartych, z uwzględnieniem wpływu szorstkości ziarnowej dna potoku górskiego, wyznaczonej formułami przedstawionymi w tabeli 2. Obliczone bezwymiarowe współczynniki oporów umożliwiły wyliczenie współczynników szorstkości dna potoku Raclawka na odcinku pomiarowym o spadku dna wynoszącym 3,9%. Wartości tych współczynników porównano z wartością współczynnika szorstkości wyznaczonego z przekształconego równania Chézy-Maninnga. W wyniku tych analiz możliwe będzie wskazanie modyfikacji formuły Colebrooka-White'a z odpowiednią wartością chropowatości bezwzględnej k_s , umożliwiającej określenie współczynnika oporów potoku Raclawka.

Tabela 2. Współczynniki proporcjonalności β_i i średnice ziaren rumowiska d_i według różnych badaczy (Yen, 2002)
Table 2. Coefficients of proportionality β_i and sediment grain diameters d_i according to various researchers (Yen, 2002)

l.p.	Autor	Średnica d_i	Współczynnik β_i	l.p.	Autor	Średnica d_i	Współczynnik β_i
1	Ackers i White (1973)	d_{35}	1,23	14	Leopold et al.(1964)		3,9
2	Strickler (1923)		3,3	15	Limerinos (1970)		2,8
3	Keulegan (1938)		1	16	Mahmood (1971)		5,1
4	Meyer-Peter i Muller (1948)		1	17	Hey (1979)		3,5
5	Gryffihis (1981)	d_{50}	1	18	Bray (1979)	d_{84}	3,5
6	Thompson i Campbell (1979)		2	19	Ikeda (1983)		1,5
7	Hammond et al. (1984)		6,6	20	Colosimo et al. (1986)		3-6
8	Einstein i Barbarossa (1952)		1	21	Whiting i Dietrich (1990)		2,95
9	Irmay (1949)	d_{65}	1,5	22	Simons i Richardson (1966)	d_{85}	1
10	Engelund i Hansen (1967)		2	23	Kamphuis (1974)		2
11	Lane i Carlson (1953)		3,2	24	Van Rijn (1982)	d_{90}	3
12	Kleinhans i van Rijn (2002)	d_{75}	1	25	Kleinhans i van Rijn (2002)		0,5
13	Gładki (1979)	d_{80}	2,5				

MATERIAŁ I METODY

Weryfikację wzoru Colebrooka-White'a (1), w którym stałe K_1 , K_2 i K_3 przyjęto według propozycji różnych autorów (tabela 1) z chropowatością bezwzględną k_s obliczoną wzorem (4), w którym współczynnik proporcjonalności β_i i średnice ziaren rumowiska d_i zostały określone przez różnych autorów (tabela 2) wykonano na odcinku badawczym potoku Raclawka.

Potok Raclawka jest dopływem rzeki Rudawy (ryc. 1). Długość potoku Raclawka wynosi 16,52 km, a powierzchnia zlewni 39,78 km². Zlewnia potoku Raclawka znajduje się na terenie Wyżyny Krakowsko-Częstochowskiej (Maciejowski, 2000).

Badania przeprowadzono na odcinku badawczym w dwóch przekrojach poprzecznych. Odcinek badawczy został opisany w pracy Michalec i Zwolenik (2020). W trakcie badań w listopadzie 2020 roku wyznaczono pięć przekrojów poprzecznych, z których przekrój 0-0 zlokalizowano w kilometrze 2 + 974 potoku Raclawka.

W wyniku badań przeprowadzonych w 2020 roku stwierdzono, że przegłębienia i spadki wsteczne dna pomiędzy przekrojami 1-1 i 4-4 uniemożliwiają uzyskanie miarodajnych wyników obliczeń współczynni-

ków szorstkości dla tych przekrojów. Z tego względu w badaniach przeprowadzonych w dniu 4 czerwca 2021 roku wyznaczono dodatkowy przekrój A-A zlokalizowany w punkcie 1 przed przekrojem 0-0 (ryc. 2).

W trakcie badań przeprowadzonych w dniu 4 czerwca 2021 roku wykonano pomiary geodezyjne spadku dna i przekrojów poprzecznych A-A i 0-0 za pomocą niwelatora AT-G7N firmy Topcon. Wykonano także pomiary hydrometryczne prędkości przepływu wody w tych przekrojach za pomocą młynka indukcyjnego Valeport Model 801. W tym celu wyznaczono pionie hydrometryczne w odstępach co 0,2 m. W każdym pionie wykonano pomiary prędkości przepływu wody na różnych wysokościach, zgodnie z instrukcją zawartą w „Procedurze pomiarowej IMGW” (2002). Z dna potoku (ryc. 3), na odcinku pomiędzy przekrojami A-A i 0-0, pobrano trzy próby rumowiska dennego do oznaczeń granulometrycznych.

Na podstawie pomiarów terenowych prędkości przepływu wody obliczono natężenie przepływu wody Q , a następnie obliczono średni współczynnik szorstkości Manninga formułą (5) opracowaną przez Barnesa (1967). Formuła ta, wyprowadzona z równania Bernoulliego, w poniższej postaci umożliwia oblicze-

nie średniego współczynnika szorstkości Manninga dla dwóch przekrojów:

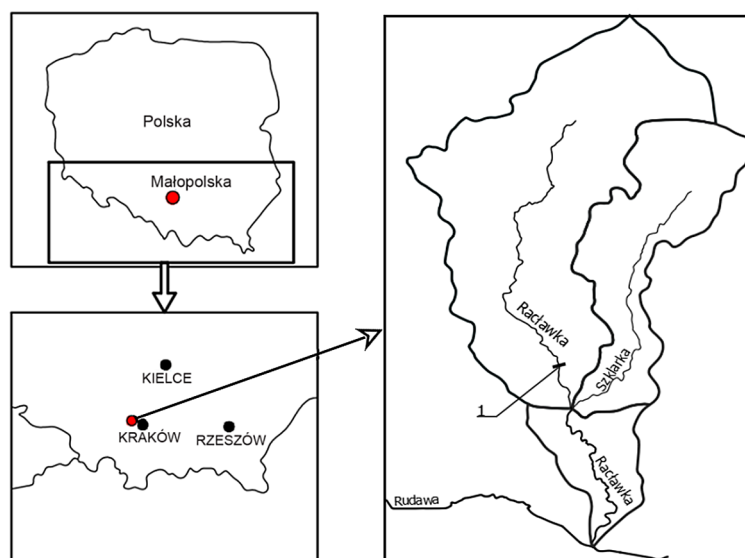
$$n = \frac{1}{Q} \sqrt{\frac{(h + h_v)_{A-A} - (h + h_v)_{0-0} - (k\Delta h_v)}{\frac{L}{Z_{A-A} \cdot Z_{0-0}}}} \quad (5)$$

gdzie:

- h – napętnienie w danym przekroju,
- h_v – wysokość linii prędkości przepływu wody w danym przekroju,

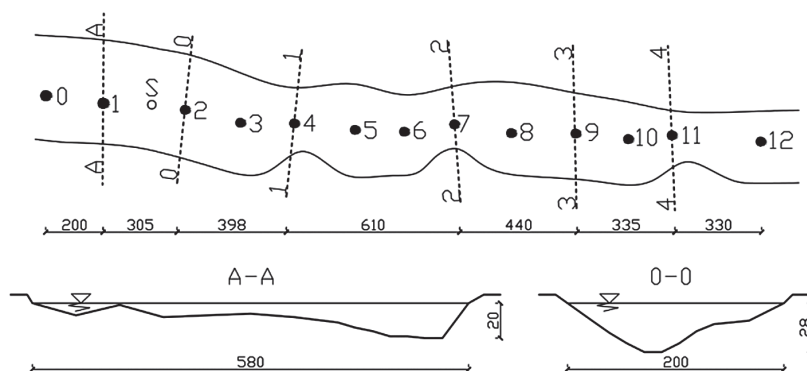
$k\Delta h_v$ – strata wysokości energii spowodowana zwężaniem lub poszarżaniem strugi, w której k jest stałą korygującą straty energii ze względu na przyspieszenie lub opóźnienie przepływu na odcinku L . Wartość k przyjmuje się jako równą zero, gdy następuje przyspieszenie przepływu, a gdy wystąpi opóźnienie przepływu wartość k przyjmuje się jako równą 0,5 (Lee i in., 2017),

Z – iloczyn pola powierzchni danego przekroju A i promienia hydraulicznego R_h podniesionego do potęgi 2/3.



Ryc. 1. Potok Raclawka. Lokalizacja odcinka pomiarowego oznaczonego symbolem 1 (Źródło: Michalec i Zwolenik, 2020)

Fig. 1. The Raclawka stream; location of the measurement section marked with the symbol 1 (Source: Michalec i Zwolenik, 2020)



Ryc. 2. Odcinek pomiarowy na potoku Raclawka wyznaczony w badaniach w 2020 roku z dodatkowym przekrojem A-A

Fig. 2. Measurement section on the Raclawka stream designated in the 2020 research, with an additional section A-A



Ryc. 3. Odcinek pomiarowy – przekrój reprezentatywny poboru rumowiska (Fot. M. Zwolenik)
Fig. 3. Measurement section – representative cross-section of bedload sediment intake (photo by: M. Zwolenik)

Krzywą uziarnienia opracowano na podstawie wartości średnich uzyskanych z analiz sitowych trzech pobranych prób rumowiska. Na podstawie opracowanej krzywej uziarnienia określono wartości chropowatości bezwzględnej k_s według wzoru (4), w którym współczynniki proporcjonalności β_i i średnice ziaren rumowiska d_i przyjęto z tabeli 2. Następnie dla każdej z obliczonych wartości k_s określono bezwymiarowy współczynnik oporów ze wzoru Colebrooka-White'a (1), w którym wprowadzono wartości stałych K_1 , K_2 i K_3 określonych przez różnych autorów (tabela 1). Następnie obliczono współczynniki szorstkości Maninnga n dla każdej wartości współczynnika oporów f wyznaczonych z równania Colebrooka-White'a (1) z zależności w postaci (Yen, 2002):

$$n = R_h^{1/6} \sqrt{\frac{f}{8g}} \quad (6)$$

gdzie:

- R_h – promień hydrauliczny [m],
- f – współczynnik oporów [–],
- g – przyspieszenie ziemskie [$m \cdot s^{-2}$].

Ta zależność została wyprowadzona z równań Maninnga (7) i Darcy-Weisbacha (8) służących ob-

liczeniu prędkości średniej V w przekroju poprzecznym cieku:

$$V = \frac{1}{n} R_h^{2/3} S^{1/2} \quad (7)$$

$$V = \sqrt{\frac{8g}{f}} \sqrt{R_h S} \quad (8)$$

w których:

- S – spadek [–],
- h – napętnienie [m], pozostałe oznaczenia jak w wzorze (6).

WYNIKI

Natężenie przepływu wody, określone na podstawie pomiarów prędkości przepływu, wynosiło $0,254 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$. Na podstawie określonych parametrów hydraulicznych (tabela 3) wyznaczonych dla sekcji A-A i 0-0 odcinka badawczego i przyjętej wartości stałej korygującej straty energii ze względu na przyspieszenie $k = 0$ (Lee i in., 2017) obliczono średni współczynnik szorstkości. Współczynnik ten, obliczony ze wzoru (5), wynosi $0,044 \text{ m}^{-1/3} \cdot \text{s}$. Został on przyjęty jako miarodajny dla badanego odcinka koryta Raclawki.

Z opracowanej krzywej uziarnienia odczytane wartości średnic charakterystycznych wynoszą odpowiednio: $d_{10} = 11$ mm, $d_{16} = 14$ mm, $d_{35} = 28$ mm, $d_{50} = 33$ mm, $d_{65} = 42$ mm, $d_{75} = 49$ mm, $d_{80} = 51$ mm, $d_{84} = 53$ mm, $d_{85} = 54$ mm i $d_{90} = 61$ mm. Na podstawie określonych średnic obliczono chropowatość bezwzględną

k_s (tabela 4) dla różnych wartości współczynników proporcjonalności β_i zamieszczonych w tabeli 2. Dla każdej z wartości chropowatości bezwzględnej k_s obliczono bezwymiarowe współczynniki oporów wzorem Colebrooka-White'a (1) ze stałymi K_1 , K_2 i K_3 podanymi przez badaczy wymienionych w tabeli 1.

Tabela 3. Parametry hydrauliczne określone dla przekrojów A-A i 0-0

Table 3. Hydraulic parameters determined for sections A-A and 0-0

Parametr	Przekrój A-A	Przekrój 0-0
Napełnienie – h [m]	0,17	0,27
Rzędna dna [m n.p.m.]	292,48	292,28
Średnia prędkość przepływu wody – V [$m \cdot s^{-1}$]	0,564	0,870
Powierzchnia przekroju – A [m^2]	0,45	0,29
Promień hydrauliczny – R_h [m]	0,089	0,030
$Z = AR_h^{2/3}$	0,0894	0,0282
Strata wysokości energii – Δh_f [m]	0,01787	
Odległość między przekrojami – L [m]	3,05	
Szerokość przekroju – b [m]	5,80	2,00
Stosunek b/h	34,1	7,4

Tabela 4. Chropowatość bezwzględna k_s obliczona wzorami różnych autorów wymienionych w tabeli 2

Table 4. Absolute roughness k_s calculated using the formulas by various authors listed in Table 2

l.p.	Autor	Średnica d_i [m]	k_s [m]	l.p.	Autor	Średnica d_i [m]	k_s [m]
1	Ackers i White (1973)	$d_{35} = 0,028$	0,034	14	Leopold et al. (1964)	$d_{84} = 0,053$	0,207
2	Strickler (1923)		0,109	15	Limerinos (1970)		0,148
3	Keulegan (1938)		0,033	16	Mahmood (1971)		0,270
4	Meyer-Peter i Muller (1948)	$d_{50} = 0,033$	0,033	17	Hey (1979)		0,186
5	Gryffiths (1981)		0,033	18	Bray (1979)		0,186
6	Thompson i Campbell (1979)		0,066	19	Ikeda (1983)		0,080
7	Hammond et al. (1984)		0,218	20	Colosimo et al. (1986)		0,159 – 0,318
8	Einstein i Barbarossa (1952)		0,042	21	Whiting i Dietrich (1990)		0,156
9	Irmay (1949)	$d_{65} = 0,042$	0,063	22	Simons i Richardson (1966)	$d_{85} = 0,054$	0,054
10	Engelund i Hansen (1967)		0,084	23	Kamphuis (1974)		0,122
11	Lane i Carlson (1953)	$d_{75} = 0,049$	0,157	24	Van Rijn (1982)	$d_{90} = 0,061$	0,183
12	Kleinhans i van Rijn (2002)		0,049	25	Kleinhans i van Rijn (2002)		0,049
13	Gładki (1979)	$d_{80} = 0,051$	0,128				

Wyniki obliczeń bezwymiarowych współczynników oporów przedstawiono na rycinie 3. Ze względu na niespełnienie warunku stosowania wzoru Colebrooka-White'a (1) ze stałymi K_1 , K_2 i K_3 podanymi przez Reiniusa (tabela 1), według którego stosunek szerokości b do napełnienia h powinien wynosić 4 i 2, na rycinie 4 nie zamieszczono wyników tych obliczeń. Określony stosunek b/h dla przekroju A-A wynosi 34,1, a dla przekroju 0-0 wynosi 7,4 (tabela 3).

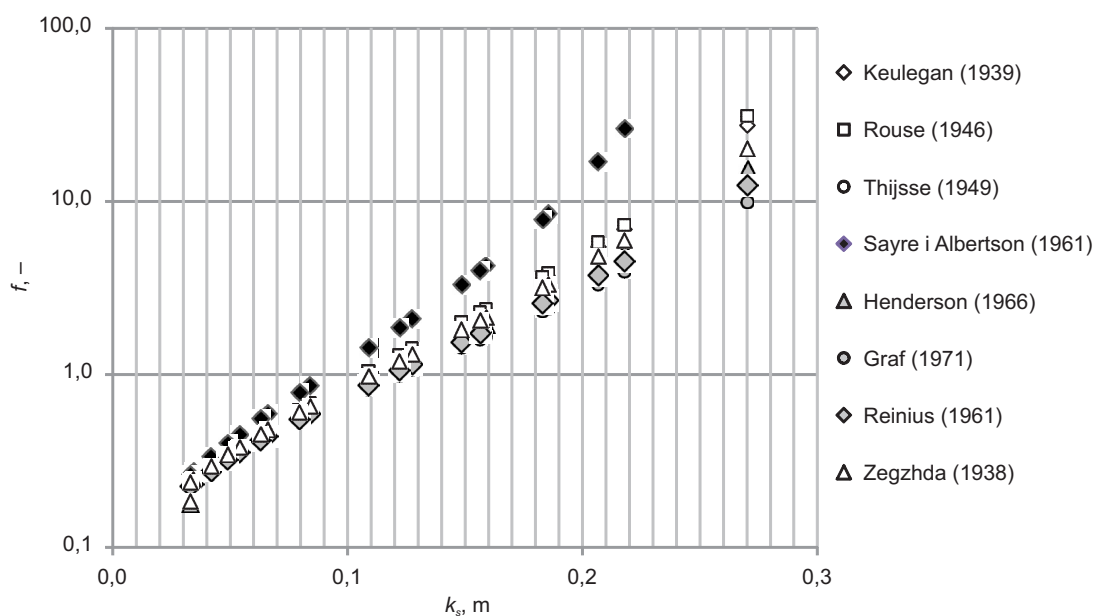
Uzyskane wartości współczynnika oporów obliczonego wzorami Keulegana, Rouse, Thijsse, Sayre i Albertsona, Hendersona, Grafa, Reiniusa (dla kanałów szerokich) oraz Zegzhdy mieszczą się w bardzo szerokim zakresie od 0,1848 do 31,1780, przy czym wartość tego współczynnika obliczona z przekształconego równania (6) dla pomiarowej wartości współczynnika szorstkości $n = 0,044 \text{ m}^{-1/3} \cdot \text{s}$, wynosi 0,4889. Również zbliżoną wartość współczynnika oporów uzyskano, stosując wzór Colebrooka-White'a (1) ze stałymi K_1 , K_2 i K_3 , opracowanymi przez wymienionych autorów (tabela 1) i dla chropowatości bezwzględnej k_s wynoszącej 0,063–0,066 mm (ryc. 4)

i obliczonej formułami Thompsona i Campbella oraz Irmay'a (tab. 2).

Dla wyznaczonych współczynników oporów (ryc. 4) zostały obliczone współczynniki szorstkości dna wzorem (6). Wyniki obliczeń przedstawiono na wykresie na rycinie 5. Na tym wykresie przedstawiono wartości współczynników szorstkości Maninnga n w funkcji chropowatości bezwzględnej k_s , wyznaczonej ze wzoru (4) z zaznaczoną poziomą linią oznaczającą wartość współczynnika szorstkości $n = 0,044 \text{ m}^{-1/3} \cdot \text{s}$ obliczonego formułą (5) wyprowadzoną z równania Bernoulliego. Na rycinie 6 przedstawiono wyniki obliczeń dla zakresu chropowatości bezwzględnej k_s wynoszącego 0,05–0,08 m.

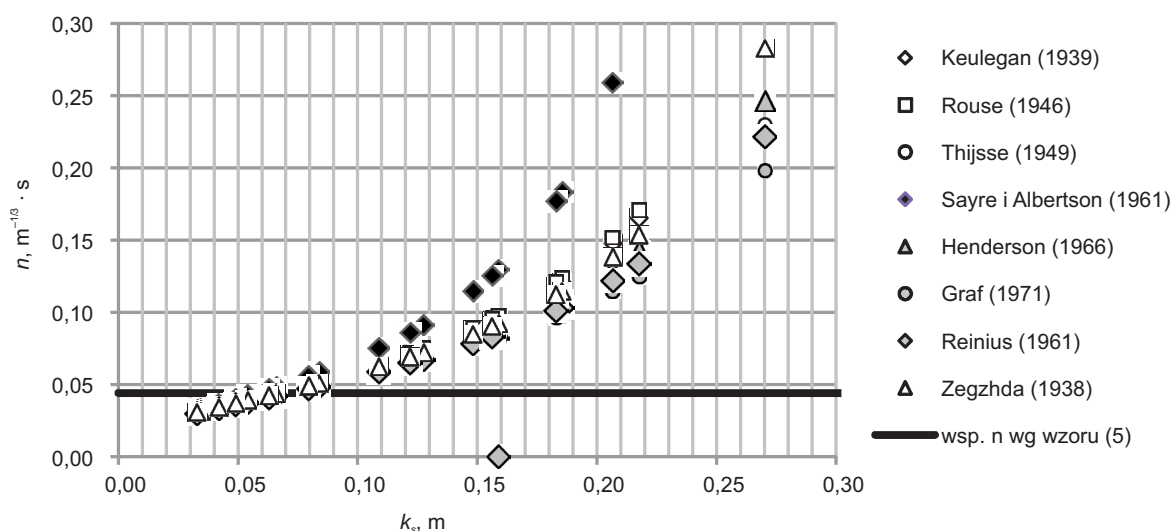
DYSKUSJA

Jak wynika w wykresie przedstawionego na rycinach 5 i 6 wartość szorstkości $n = 0,044 \text{ m}^{-1/3} \cdot \text{s}$ odpowiada zakresowi chropowatości bezwzględnej k_s wynoszącej według wzorów dla różnych autorów od 0,063 do 0,066 m. Wartość k_s wynosząca 0,063 m została obli-

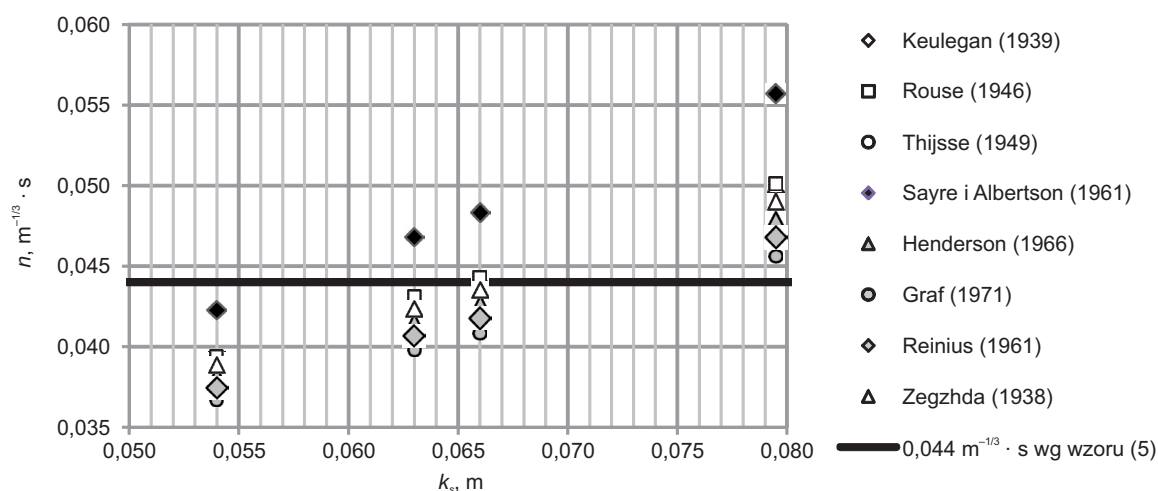


Ryc. 4. Zależność współczynnika oporów f [-] obliczonego wzorem Colebrooka-White'a w funkcji chropowatości bezwzględnej k_s

Fig. 4. Dependence of the friction factor f [-] calculated using the Colebrook-White formula as a function of the absolute roughness k_s



Ryc. 5. Wyniki obliczeń współczynnika szorstkości Manninga dla badawczego odcinka potoku Raclawka
Fig. 5. Calculation results of the Manning's Roughness Coefficient for the studied section of the Raclawka



Ryc. 6. Wyniki obliczeń współczynnika szorstkości Manninga dla badawczego odcinka potoku Raclawka – zakres chropowatości bezwzględnej k_s od 0,063 do 0,066 m ustalony dla pomiarowego współczynnika szorstkości $0,044 \text{ m}^{-1/3} \cdot \text{s}$
Fig. 6. Results of calculations of the Manning's Roughness Coefficient for the test section of the Raclawka stream – the range of absolute roughness k_s between 0.063 and 0.066 m, determined for the measurement factor (roughness coefficient) of $0.044 \text{ m}^{-1/3} \cdot \text{s}$

czona wzorem Irmaya (1949), a wartość k_s wynoszącą 0,066 m obliczono ze wzoru Thompsona i Campbella (1979). Współczynnik szorstkości obliczony ze wzoru (6), wyprowadzonego z równań Maninnga (7) i Darcy-Weisbacha (8), w którym współczynnik oporów f wyznaczono z równania Colebrooka-White'a dla war-

tości k_s równych 0,063 m ze stałymi K_1 , K_2 i K_3 opracowanymi przez Keulegana wynosi $0,043 \text{ m}^{-1/3} \cdot \text{s}$. Taką samą wartość uzyskano dla stałych K_1 , K_2 i K_3 opracowanych przez Rouse. Natomiast dla wartości k_s wynoszącej 0,066 m otrzymano współczynnik szorstkości wynoszący $0,044 \text{ m}^{-1/3} \cdot \text{s}$ zarówno dla sta-

łych K_1 , K_2 i K_3 opracowanych przez Keulegana, jak i przez Rouse. Natomiast współczynnik oporów obliczony z równania Colebrooka-White'a ze stałymi K_1 , K_2 i K_3 opracowanymi przez Keulegana i przez Rouse wynosi odpowiednio 0,4869 i 0,4945 dla chropowatości bezwzględnej określonej wg Thompsona i Campbella (ryc. 4) oraz 0,4602 i 0,4672 dla chropowatości bezwzględnej określonej wg Irmaya (ryc. 4). Współczynnik oporów f przepływu wody obliczony z przekształconego równania (6) dla pomiarowej wartości współczynnika szorstkości $n = 0,044 \text{ m}^{-1/3} \cdot s$, wynosi 0,4889. Nieznacznie różniącą się wartość współczynnika oporu od $f = 0,4889$, wynoszącą zaledwie 4,1%, uzyskano z równania Colebrooka-White'a ze stałymi K_1 , K_2 i K_3 opracowanymi przez Keulegana – współczynnik ten wynosi 0,4869 dla $k_s = 0,066 \text{ m}$.

Dla k_s wynoszącego 0,066 m (tabela 4) również dla wartości stałych K_1 , K_2 i K_3 , ustalonych przez Thijsse, Hendersona, Reiniusia (wzór (7) w tab.1) i Zegzhadę, uzyskano następujące wartości współczynnika szorstkości 0,042, 0,043, 0,042 i 0,044 $\text{m}^{-1/3} \cdot s$ zbliżone do przyjętej wartości pomiarowej badanego odcinka Raclawki, tj. nie różniące się o więcej niż $\pm 5\%$. Wartość $n = 0,044 \text{ m}^{-1/3} \cdot s$, równą pomierzonej, otrzymano dla wartości f obliczonej z równania Colebrooka-White'a ze stałymi K_1 , K_2 i K_3 opracowanymi przez Reiniusia (wzór 8 w tabeli 1) dla k_s wynoszącego 0,084 m. Jednakże ze względu na zastrzeżenie zastosowania równania Colebrooka-White'a ze stałymi podanymi przez Reiniusia ten wynik wyklucza się z analizy, gdyż nie został spełniony warunek, według którego stosunek szerokości koryta do napełnienia powinien wynosić 4. Natomiast należy dodać, że obliczony współczynnik oporów wynosi 0,4894. Wartość współczynnika szorstkości wynoszącą 0,046 $\text{m}^{-1/3} \cdot s$, zbliżoną do wartości pomiarowej tego współczynnika, uzyskano z równania Colebrooka-White'a ze stałymi K_1 , K_2 i K_3 opracowanymi przez Graffa dla k_s wynoszącego 0,080 m. Współczynnik oporów dla tej wartości współczynnika szorstkości, obliczony według Graffa z wartością k_s określoną według wzoru Ikedy, wynosi 0,5239 (ryc. 6).

Simoes (2010) stwierdził, że wstępna analiza niektórych danych dostępnych w literaturze wyraźnie wskazuje na ograniczenie formuły służącej obliczeniu chropowatości bezwzględnej k_s równaniem (4). Potwierdzeniem tego stwierdzenia są wyłącznie uzyskane wyniki obliczeń współczynnika oporów i współczyn-

nika szorstkości dla iloczynu współczynnika proporcjonalności β_i i średnicy charakterystycznej d_i dających wartości k_s wykraczające poza zakres od 0,063 do 0,066 m (ryc. 6). Okazało się, że najbardziej optymalne wyniki obliczeń otrzymano, określając wartość k_s za pomocą wzoru podanego przez Thompsona i Campbella, w którym współczynnik proporcjonalności β_i wynosi 2, a średnica ziarna rumowiska d_i przyjmowana jest jako d_{50} . Ze względu na łatwość wyznaczenia wielkości ziaren odpowiadających średnicy d_{50} jest bardzo często stosowana w określeniu parametrów hydraulicznych, nie tylko oporów przepływu wody, lecz także w obliczeniach m.in. naprężeń stycznych działających na dno cieku (Matoušek i Krupička, 2010; Pfeiffer i in., 2017; Lamb i Brun, 2017), transportu sedymentów (Schlunegger i in., 2020), czy też odskoku hydraulicznego w ciekach z dnem gładkim i szorstkim (Palermo i Pagiara, 2017). Przyjmując wartość β_i równą 2, jaką podają Thompson i Campbell (tabela 2), otrzymano wyniki obliczeń współczynnika oporów najbardziej zbliżone do jego wartości pomiarowej ustalonej na podstawie wyników pomiarów.

PODSUMOWANIE

Współczynnik szorstkości dna koryta potoku Raclawka określony na podstawie wyników pomiarów geodezyjnych i hydrometrycznych, a następnie obliczeń formułą (5) wyprowadzoną z równania Bernoulliego, wynosi 0,044 $\text{m}^{-1/3} \cdot s$. Uzyskanie tej wartości na podstawie współczynnika oporów obliczonego z równania Colebrooka-White'a okazało się możliwe jedynie dla stałych K_1 , K_2 i K_3 opracowanych przez Keulegan i Rouse jedynie dla wartości k_s równej 0,066 m. Wartość chropowatości bezwzględnej k_s wynoszącą 0,066 m uzyskano dla średnicy ziarna rumowiska d_{50} i współczynnika proporcjonalności Thompsona i Campbella, którego wartość wynosi 2. Potwierdzono również praktyczność zastosowania średnicy rumowiska d_{50} w obliczeniach współczynnika oporów. Stwierdzono, że współczynnik oporów obliczony z równania Colebrooka-White'a ze stałymi K_1 , K_2 i K_3 dla wartości chropowatości bezwzględnej k_s mieszczącej się w przedziale 0,063–0,066 m umożliwia obliczenie współczynnika szorstkości badanego odcinka potoku Raclawka mieszczącego się w granicach wartości 0,040–0,048 $\text{m}^{-1/3} \cdot s$. Wyniki te różnią się do $\pm 9\%$ od

wartości pomiarowej ustalonej dla tego potoku i wynoszącej $0,044 \text{ m}^{-1/3} \cdot \text{s}$.

Na podstawie uzyskanych wyników badań pilotażowych przedstawionych na rycinie 4, można stwierdzić konieczność weryfikacji możliwości stosowania równia Colebrooka-White'a ze stałymi K_1 , K_2 i K_3 oraz wartościami chropowatości bezwzględnej k_s dla różnych warunków przepływu wód w potokach. Umożliwi to wskazanie właściwej zmodyfikowanej postaci formuły Colebrooka-White'a ze stałymi K_1 , K_2 i K_3 , która będzie miała praktyczne zastosowanie w obliczeniach współczynnika oporów, a następnie współczynnika szorstkości dla koryt strumieni, potoków i małych rzek.

BIBLIOGRAFIA

- Ackers, P., White, W.R. (1973). Sediment transport: new approach and analysis. *J. Hydraul. Div., Am. Soc. Civ. Eng.*, 99(HY11), 2041–2060.
- Barnes, Jr.H.H. (1967). Roughness Characteristics of Natural Channels (U.S. Geological Survey Water Supply Paper 1849). U.S. Geological Survey
- Bray, D.I. (1979). Estimating average velocity in gravel-bed rivers. *J. Hydraul. Div., Am. Soc. Civ. Eng.*, 105(HY9), 1103–1122.
- Colosimo, C., Copertino, V.A., Veltri, M. (1986). Average velocity estimation in gravel-bed rivers. *Proc., 5th IAHR-APD Congress, Seoul, Korea*, 2, 1–15.
- Einstein, H.A., Barbarossa, N.L. (1952). River channel roughness. *Trans. Am. Soc. Civ. Eng.*, 117, 1121–1146.
- Engelund, F., Hansen, E. (1967). *A Monograph on Sediment Transport in Alluvial Streams*. Teknisk Vorlag, Copenhagen, Denmark.
- Gladki, H. (1979). Resistance to flow in alluvial channels with coarse bed materials. *J. Hydraul. Res.*, 17(2), 121–128.
- Graf, W.H. (1971). *Hydraulics of Sediment Transport*, New York: McGraw-Hill.
- Griffiths, G.A. (1981). Flow resistance in coarse gravel bed rivers. *Journal of the Hydraulics Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers*, 107(7), 899–918.
- Hammond, F.D., Heathershaw, A.D., Langhorne, D.N. (1984). A comparison between Shields' threshold criterion and the Henderson movement of loosely packed gravel in a tidal channel. *Sedimentology*, 31, 51–62.
- Henderson, F.M. (1966). *Open Channel Flow*. New York: Macmillan.
- Hey, R.D. (1979). Flow resistance in gravel-bed rivers. *J. Hydraul. Div., Am. Soc. Civ. Eng.*, 105(HY4), 365–379.
- Ikeda, S. (1983). Flow and bed topography in channels with alternate bars. *River Meandering, Proc. Conf. River '83*, C. R. Elliot, ed., ASCE, 733–746.
- Irmay, S. (1949). On steady flow formulae in pipes and channels. *Proc., IAHR 3rd Congress, Paper III-3*, Grenoble, France.
- Kamphuis, J.W. (1974). Determination of sand roughness for fixed beds. *J. Hydraul. Res.*, 12(2), 193–203.
- Keulegan, G.H. (1938). Laws of turbulent flow in open channels. *J. Nat. Bur. Stand. Research Paper*, 1151, 21, 707–741, Washington, D.C.
- Kleinhans, M.G., van Rijn, L.C. (2002). Stochastic prediction of sediment transport in sand-gravel bed rivers. *Journal of hydraulic engineering*, 128(4), 412–425.
- Kubrak, J., Żbikowski, A. (1995). *Hydrauliczne warunki przepływu w korytach wielkich wód. [W:] Hydrauliczne i ekologiczne problemy inżynierii rzecznej. Materiały seminaryjne Katedry Budownictwa Wodnego SGGW w Warszawie*. B-1-B-14.
- Lamb, M.P., Brun, F. (2017). Direct measurements of lift and drag on shallowly submerged cobbles in steep streams: Implications for flow resistance and sediment transport, *Water Resour. Res.*, 53, 1–23, doi: 10.1002/2017WR020883.
- Lane, E.W., Carlson, E.J. (1953). Some factors affecting the stability of canals constructed in coarse granular materials. *Proc., IAHR 5th Congress, Minneapolis*.
- Lee, K., Firoozfar, A.R., Muste, M. (2017). Technical Note: Monitoring of unsteady open channel flows using the continuous slope-area method. *Hydrol. Earth Syst. Sci.*, 21, 1863–1874.
- Leopold, L.B., Wolman, M.G., Miller, J.P. (1964). *Fluvial Processes in Geomorphology*. San Francisco: Freeman.
- Limerinos, J.T. (1970). Determination of the Manning coefficient for measured bed toughness in natural channels. *Water Supply paper 1898-B*, U.S. Geological Survey, Washington D.C.
- Maciejowski, W. (2000). Zmiany stosunków wodnych w okresie 1933–1998 w zlewni Raclawki i Szklarki na Wyżynie Krakowskiej. *Zesz. Nauk. UJ, Prace Geogr.*, 5, 257–286.
- Mahmood, K. (1971). Flow in sand-bed channels. *Water Management Technical Report 11*, Colorado State University, Fort Collins, Colo.
- Mashau, S. (2006). Flow resistance in open channels with intermediate scale roughness. *Research Report, School of Civil and Environmental Engineering, Faculty of Engineering and the Built Environment, Johannesburg, RPA*, 1–78.

- Matoušek, V., Krupička, J. (2010). Bed roughness at high bed shear in open channels and pressurized pipes. In: Dittrich, Andreas; Koll, Katinka; Aberle, Jochen; Geisenhainer, Peter (Hg.): River Flow 2010. Karlsruhe: Bundesanstalt für Wasserbau. 385–392.
- Meyer-Peter, E., Müller, R. (1948). Formulas for bed-load transport. Proc. 3rd Meeting of IAHR, Stockholm, Sweden, 39–64.
- Michalec, B., Zwolenik, M. (2020). Wstępna weryfikacja formuł empirycznych służących określeniu współczynnika szorstkości. Acta Scientiarum Polonorum, Formatio Circumiectus, 19(4), 19–30.
- Palermo, M., Pagiara, S. (2017). A review of hydraulic jump properties on both smooth and rough beds in sloping and adverse channels Acta Scientiarum Polonorum Formatio Circumiectus 16(1), 91–105.
- Pfeiffer, A.M., Finnegan, N.J., Willenbring, J.K. (2017). Sediment supply controls equilibrium channel geometry in gravel rivers. Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, 114, 13, 3346–3351.
- Procedura pomiarowa IMGW. (2002). Pomiar natężenia przepływu za pomocą młynka hydrometrycznego – wykonany w bród. IMGW/PSHM/SPO/POM/2002, maszynopis.
- Reinius, E. (1961). Steady uniform flow in open channels. Bulletin 60, Division of Hydraulics, Stockholm, Sweden : Royal Institute of Technology.
- Rouse, H. (1946). Elementary Mechanics of Fluids. New York: Wiley.
- Sayre, W.W., Albertson, M.L. (1961). Roughness spacing in rigid open channels. J. Hydraul. Div., Am. Soc. Civ. Eng., 87(HY3), 121–150.
- Schlunegger, F., Delunel, R., Garefalakis, Ph. (2020). Short communication: Field data imply that the sorting (D_{96}/D_{50} ratios) 1 of gravel bars in 2 coarse-grained streams influences the probability of sediment transport. EGU Earth Surface Dynamics, 1–12.
- Simoës, F.J.M. (2010). Flow resistance in open channels with fixed movable bed. Proceedings of the 4th Federal Interagency Hydrologic Modeling Conference and the 9th Federal Interagency Sedimentation Conference, Las Vegas, Nevada, 11 p.
- Simons, D.B., Richardson, E.V. (1966). Resistance to flow in alluvial channels. Professional Paper 422-J, U.S. Geological Survey, Washington D.C.
- Strickler, A. (1923). Beiträge zur Frage der Geschwindigkeitsformel und der Rauheitszahlen für Ströme, Kanäle und geschlossene Leitungen. Mitteilungen des Eidgenössischen Amtes für Wasserwirtschaft, Nr. 16.
- Thijssse, J.T. (1949). Formulae for the friction head loss along conduit walls under turbulent flow. Proc., 3rd IAHR Congress, Grenoble, France, III-4, 1–11.
- Thompson, S.M., Campbell, P. L. (1979). Hydraulics of a large channel paved with boulders. J. Hydraul. Res., 17(4), 341–354.
- van Rijn, L.C. (1982). Equivalent roughness of alluvial bed. J. Hydraul. Div., Am. Soc. Civ. Eng., 108(HY10), 1215–1218.
- Whiting, P.J., Dietrich, W.E. (1990). Boundary shear stress and roughness over mobile alluvial beds. J. Hydraul. Eng., 116(12), 1495–1511.
- Yen, B.C. (2002). Open Channel Flow Resistance. Journal of Hydraulic Engineering, 128, 1, 20–39. [http://dx.doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9429\(2002\)128:1\(20\)](http://dx.doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9429(2002)128:1(20)).
- Yochum, S.E. (2018). Flow Resistance Coefficient Selection in Natural Channels: A Spreadsheet Tool. Technical Report, United States Department of Agriculture, 1–6.
- Zegzhda, A.P. (1938). Theory of similarity and methods of design of models for hydraulic engineering. Leningrad: Gosstroizdat.

ASSESSMENT OF THE POSSIBILITY OF USING A MODIFIED COLEBROOK-WHITE FORMULA, ACCOUNTING FOR THE EFFECT OF ABSOLUTE ROUGHNESS OF THE STREAM BOTTOM

ABSTRACT

Aim of the study

The aim of the present study was to determine the possible applications of the Colebrook-White equation, with modifications to its constants K_1 , K_2 and K_3 proposed by various authors who studied water flow resistance in open channels, and taking into account the impact of the grain roughness of the mountain stream bottom. The calculated dimensionless friction factors made it possible to compute the roughness coefficients of the bottom of the Raclawka stream.

Material and methods

The research was conducted in the bed of the Raclawka stream. Based on field measurements of the water flow velocity, water flow rate Q was computed, and then the average Manning's Roughness Coefficient was calculated using the formula developed by Barnes. The aforementioned coefficient made it possible to calculate the roughness coefficient determined from the transformed Chézy-Manning equation. The calculated friction factor was compared with the results of the calculations from the Colebrook-White equation, with the constants K_1 , K_2 , and K_3 . Moreover, in these calculations, the values of the absolute roughness k_s were assumed, determined from 25 formulas provided by various authors. In order to calculate the value of k_s , a bottom sediment sample was collected, and its grain size composition was determined. Roughness coefficients were also calculated from the transformed Chézy-Manning equation for individual values of the friction factor by modifying the Colebrook-White equation.

Results and conclusions

Arising from the measurements, the calculated roughness coefficient for the studied stream is $0.044 \text{ m}^{-1/3} \cdot \text{s}$. Following the Colebrook-White equation with the constants K_1 , K_2 , and K_3 , determined by Keulegan and by Rouse, for the absolute roughness value (k_s) in the range 0.063–0.066 m, which was calculated using the Thompson and Campbell formula and the Irmay formula, we found that it is possible to obtain the value of the resistance coefficient for which the roughness coefficient is the closest to that obtained from the measurements. The roughness coefficient of the tested section of the Raclawka stream, calculated using this modification of the Colebrook-White equation, falls within the range of $0.040\text{--}0.048 \text{ m}^{-1/3} \cdot \text{s}$.

Keywords: roughness coefficient, dimensionless friction factor, sediment grain diameter